

1. Hét:

Szerda 12:15 NÉV:

Definiálja: Minta átlag, Minta terjedelme kifejezéseket (2 pont)

Mintaátlag:
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Minta terjedelme:
$$\max_i x_i - \min_i x_i$$

Szerda 15:15 NÉV:

Definiálja: tapasztalati szórás, korrigált tapasztalati szórás fogalmát! (2 pont)

Tapasztalati szórás:
$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Korrigált tapasztalati szórás:
$$s_n^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

2. Hét:

Szerda 12:15 NÉV:

Mit jelent az, hogy Hipotézis vizsgálat? Mi a H_0 , H_1 jelentése? (3 pont)

Hipotézis vizsgálat: A valószínűségi változó eloszlására vagy valamely paraméterére vonatkozó állítás helyességének vizsgálata.

H_0 : $1 - \alpha$ szignifikancia szinten elfogadható állítás

H_1 : α valószínűségű ellenhipotézis

Szerda 15:15 NÉV:

Mik a feltételei a kétmintás u próba alkalmazásának?

$\mathcal{N}(m, \sigma)$ normális eloszlás, független valószínűségi változók, szórás ismert és közös

Megjegyzés: $\xi_1, \dots, \xi_n$ és $\eta_1, \dots, \eta_m$ függetlenek,
eloszlásuk rendre $\mathcal{N}(m_1, \sigma_1)$ és $\mathcal{N}(m_2, \sigma_2)$, ahol σ_1, σ_2 ismert

Mit jelent, h egyoldali, ill. két oldali a próba? (3 pont)

egyoldali próba: $m \neq m_0$

kétoldali próba: $m < m_0$ vagy $m > m_0$

3. hét

Szerda 12:15

Mire használhatjuk a Khi négyzet próbát? Mit jelent a képletben szereplő: ν_{i-1} , n, p_i ? (3pont)

χ^2 próba haszna:

1. illeszkedés vizsgálat:

megfigyelt eloszlás megegyezik-e az adott eloszlással

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(v_i - n * p_i)^2}{n * p_i}, \text{ ahol}$$

n : minta száma

v_i : 1 esemény előfordulásának száma

p_i : i - edik esemény valószínűsége

2. homogenitás vizsgálat:

két minta eloszlása megegyezik-e

$$\chi^2 = n * m * \sum_{i=1}^r \frac{\left(\frac{v_i}{n} - \frac{\mu_i}{m}\right)^2}{\frac{v_i}{n} + \frac{\mu_i}{m}}, \text{ ahol}$$

n : egyik fajta minta száma

m : másik fajta minta száma

v_i : az i – edik intervallumba eső minta
elemeinek száma

μ_i : az i – edik intervallumba eső minta
elemeinek száma

3. függetlenség vizsgálat:

két eseményrendszer független-e egymástól

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{\left(v_{ij} - \frac{v_i v_j}{n}\right)^2}{\frac{v_i v_j}{n}}, \text{ ahol}$$

v_{ij} : metszet események gyakorisága

v_i : egyik eseményrendszer eseményeinek gyakorisága

v_j : másik eseményrendszer eseményeinek gyakorisága

n : minta száma

Szerda 15:15

Mire használjuk az F próbát? Mik a feltételei? Mi a H_0 hipotézis? (3 pont)

F próba haszna:

2 minta szórásának egyezésének megállapítása

F próba feltételei:

X és Y normális eloszlású, független minták

F próba esetén a H_0 hipotézis: $\sigma_X = \sigma_Y$

4. Hét

Definiálja a gyengén stacionárius folyamat fogalmát, írja fel a tulajdonságait. (4 pont)

Gyengén stacionárius folyamat:

Időben változatlan viselkedésű rendszer $(X_t, t \in \mathbb{Z})$, melyre teljesül, hogy

- $\mathbb{E}(X_t^2) < \infty \quad \forall t \in \mathbb{Z} - re$
- $\mathbb{E}(X_t) = \mathbb{E}(X_0) \quad \forall t \in \mathbb{Z} - re$
- $cov(X_0, X_m) = cov(X_{0+k}, X_{m+k}) \quad \forall k, m \in \mathbb{Z}$
(azaz a koveriancia nem függ mástól, mint a $|t - s|$ – től, $cov(X_t, X_s)$ esetén)

Definiálja a kovariancia függvény fogalmát, írja fel a tulajdonságait. (4 pont)

Kovariancia függvény:

Legyen $X_t, t \in \mathbb{Z}$ gyengén stacionárius folyamat, ekkor

$$R_x(k) = \text{cov}(X_0, X_k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

kovariancia függvény.

Tulajdonságai:

1. $R_x(0) = D^2(X_t)$
2. $R_x(k) = R_x(-k)$
3. $\text{cov}(X_l, X_m) = R_x(m - l)$

5. hét

Márc.15. - szünet

6. Hét

12:15

X_t MA(végtelen) előállítása (tétel) (3 pont)

X_t MA ∞ előállítása (tétel):

Legyen $|\varphi| < 1$, ε_t fehér zaj, ekkor $\exists X_t, t \in \mathbb{Z}$ AR folyamatnak MA előállítása, melyre $\mathbb{E}(X_t - \sum_{k=0}^n \varphi^k \varepsilon_{t-k}) \rightarrow 0$, ha $n \rightarrow \infty$, azaz X_t előál $\varepsilon_t \infty$ soraként

15:15

ARMA folyamat def., visszaléptetési operátor def. (3 pont)

ARMA definíció:

$X_t, t \in \mathbb{Z}$ stacionárius folyamatot (p, q) – ad rendű ARMA folyamatnak nevezük, ha

$$X_t + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} = \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}, \text{ ahol}$$

$\alpha_1, \dots, \alpha_p$ és $\beta_0, \dots, \beta_q$ rögzített konstansok, ε_t fehérzaj

Visszaléptetési operátor:

Legyen $X_t, t \in \mathbb{Z}$ tetszőleges sztohasztikus folyamat. Ekkor $zX_t = X_{t-1}$ kifejezésben z : visszaléptetési operátor.

7.hét

Szerda 12:15

X_t folyamat ERGODIKUS (def) (2 pont), Ergodikusság feltétele, (2 pont)

X_t folyamat ergodikus:

ergodikus, ha $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_T}{T} \rightarrow \mathbb{E}(X_0)$ L^2 értelemben, azaz

$$\mathbb{E}\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_T}{T} - \mathbb{E}(X_0)\right)^2 \rightarrow 0, \text{ ha } T \rightarrow \infty$$

feltétel: $X_t, t \in \mathbb{Z}$ gyengén stacionárius folyamat

Szerda 15:15 NÉV:

Spektrális sűrűségfüggvény definíciója, és tulajdonságai (4 pont)

Spektrális sűrűségfüggvény:

Legyen $X_t, t \in \mathbb{Z}$ gyengén stacionárius folyamat, $R_x(k), k \in \mathbb{Z}$ kovariancia függvény, ekkor

$$\varphi_x(u) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} R_x(k) e^{-iku}, \quad \infty \text{ sor ha konvergens, } u \in [-\pi, \pi]$$

függvényt a folyamat spektrális sűrűségfüggvénynek nevezzük.

Tulajdonságok:

1. $\varphi_x(u) = \varphi_x(-u)$
2. $\varphi_x(u) \geq 0$
3. Ha $\varphi_x(t) \exists \Rightarrow$ páros, nem negatív, inverze

$$R_x(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi_x(t) * e^{itk} dt$$

8.hét

Szerda 12:15 NÉV:

Mikor mondjuk, hogy a ML homogén?

Chapman – Kolmogorov tétel, (mit jelentenek a betűk?) (4 pont)

ML homogén:

Az $X_t; t \in \mathbb{N}$ Markov lánc homogén, ha $P(X_t = i_t | X_{t-1} = i_{t-1})$ független a $t - től$

Chapman-Kolmogorov-tétel:

$$[p_{ij}^{(n)}] = \pi^n, \text{ ahol}$$

$p_{ij} : i - \text{ből } j - \text{be jutás valószínűsége}$
 $n : \text{lépések száma}$

Szerda 15:15 NÉV:

Markov lánc, def, $q(x_1)$ megadása (tétel) (4 pont)

ML definíció:

Az $X_0, X_1, \dots, X_t$ valószínűségi változók sorozata Markov láncot alkot, ha a t kezdőpillanatot követő X_{t+1} valószínűségi változó értéke csak X_t értékétől függ.
($P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, X_{t-1} = i_{t-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t)$)

$q(x_1)$ megadása (tétel):

Legyen X_t valószínűségi változó sorozatának eloszlása : $q(X_0)$.

Ekkor $q(X_1) = q(X_0) * \pi$

9.Hét

Szerda 12:15 NÉV:

Tranziens állapot definíciója, P^n -re vonatkozó tétel (4 pont)

Tranziens állapot:

Az $i - \text{edik állapot tranziens, ha } \exists \text{ olyan } j \text{ állapot, amelyből elérhető } i, \text{ de } i - \text{ből } j \text{ nem érhető el.}$

$\pi^n - \text{re vonatkozó tétel:}$

Legyen ML ergodikus ($N \times N$) – es π mátrixszal adott.

Ekkor $\exists \underline{x}(x_1, \dots, x_N)$, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi^n = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & \cdots & x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \vdots \\ \underline{x} \end{pmatrix}$$

Szerda 15:15 NÉV:

Ergodikus ML definíciója, Stacionárius eloszlás, def. (4 pont)

Ergodikus ML:

A ML ergodikus, ha aperiodikus, $\forall p_{ij} > 0, \forall i, j = 1, \dots, N$.

Stacionárius eloszlás:

*Az $\underline{x}(x_1, \dots, x_N)$ a ML stacionárius állapota, ha $\underline{x} = \underline{x} * \pi$, azaz*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi^n = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & \cdots & x_N \end{pmatrix}$$